

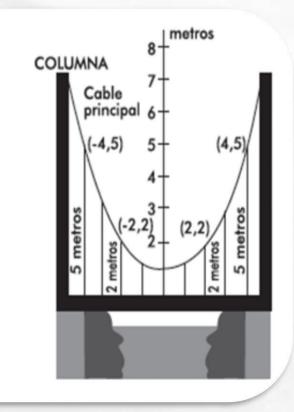
Retuerzo Matemáticas

ALGEBRA Y CÁLCULO

2024

1. En la figura se muestra la imagen de un puente colgante y un plano cartesiano que representa una parte de su vista lateral, con algunas medidas de las varillas que lo sostienen a un cable principal.





¿cuál es la ecuación que describe la parábola formada por el cable principal del puente?

A.
$$Y = x^2 + 1$$

$$B. Y = 2x^2 + 1$$

B.
$$Y = 2x^2 + 1$$
 $C.Y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

D.
$$Y = \frac{1}{4}x^2 + 1$$

2. La función $p(t) = \frac{3t}{2} + 1$ permite estimar la cantidad de puntos que un equipo de baloncesto obtiene en un tiempo t (en minutos). La tabla que muestra el número de puntos que tendría el equipo en un partido al cabo de 9, 12 y 17 minutos es

A.

Minuto

Cantidad
aproximada
de puntos

9 Entre 13 y 14

12 18

17 Entre 25 y 26

В.

Minuto	Cantidad aproximada de puntos
9	28
12	37
17	52

C

Minuto	Cantidad aproximada de puntos
9	Entre 14 y 15
12	19
17	Entre 26 y 27

D.

Minuto	Cantidad aproximada de puntos
9	29
12	38
17	53

3. Un profesor de matemáticas les pide a sus estudiantes solucionar la siguiente ecuación:

$$(x+2)(x+3) = 5(x+3)$$

María, Nelson y Óscar siguen, cada uno, estos procedimientos:

María

$$x^{2} + 5x + 6 = 5x + 15$$

$$x^{2} + 5x - 5x = 15 - 6$$

$$x^{2} = 9$$

Nelson

$$(x+3)[(x+2)-5] = 0$$
$$(x+3)(x-3) = 0$$

Óscar

$$2x + 5 = 5x + 3$$
 $2x - 5x = 3 - 5$
 $-3x = -2$
 $3x = 2$

¿Cuál o cuáles de los estudiantes desarrollaron un procedimiento correcto para solucionar la ecuación?

- A. Solo María y Óscar
- C. Solamente Óscar

- B. Solo María y Nelson
- D. Solamente Nelson

4. Un meteorólogo registró las temperaturas de una ciudad desde las 10 am hasta las 5 pm de un día. Con esta información, el meteorólogo determinó que la expresión que modela la variación de la temperatura T (medida en grados centígrados) como función del tiempo t (medido en horas) para el intervalo dado, es

$$T = -\frac{1}{8}(t-4)^2 + 12$$

La temperatura de la ciudad empezó a decrecer después de

- A. las 12:00 m
- B. la 1:30 pm
- C. las 2:00 pm
- D. las 4:30 pm

5. Rosendo le solicitó al banco un préstamo de \$200.000, para cancelarlo en 5 pagos mensuales. Cada mes abona \$40.000 a la deuda y paga un interés del 10% sobre el saldo a la fecha.

La tabla muestra la cantidad de dinero que Rosendo debe pagar en las dos primeras cuotas.

Mes	Saldo a la fecha	Interés (10% sobre el saldo a la fecha)	Aporte al dinero prestado	Valor de la cuota. (interés + aportes)
1	\$200.000	\$20.000	\$40.000	\$60.000
2	\$160.000	\$16.000	\$40.000	\$56.000
3	\$120.000		\$40.000	
4	\$80.000		\$40.000	
5	\$40.000		\$40.000	

¿Cuál es el valor que debe pagar Rosendo en la cuota 3?

A. \$40.000

B. \$52.000

C. \$56.000

D. \$116.000

6. Un canguro P da siempre saltos de 2,5 metros de altura y 5 metros de largo. Otro canguro Q salta siempre 2 metros de altura y 6 metros de largo. La tabla relaciona alturas y longitudes de cierta cantidad de saltos de ambos canguros.

SALTOS	CANGURO P		CANGURO Q	
	ALTURA ACUMULADA	LONGITUD ACUMULADA	ALTURA ACUMULADA	LONGITUD ACUMULADA
1	2,5 m	5 m	2 m	6 m
2	5 m	10 m	4 m	12 m
7	17,5 m	35 m	14 m	42 m

Cuando ambos han dado la misma cantidad K de saltos, la diferencia h_k entre las alturas acumuladas por P y las alturas acumuladas por Q, se puede describir mediante la expresión $h_k = 0$, 5k metros \dot{c} Cuál es la expresión que representa la diferencia l_k entre las longitudes acumuladas por P y Q?

A.
$$l_k = k$$

B.
$$l_k = 11k$$

C.
$$l_k = \frac{(6-5)k}{2}$$

D.
$$l_k = \frac{(6+5)k}{2}$$

- 7. Dada una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, la expresión $\Delta = b^2 4ac$, se denomina el discriminante de la ecuación y permite obtener información acerca de las soluciones, así:
- Si Δ = 0, la ecuación tiene solución única.
- Si Δ < 0, la ecuación no tiene soluciones reales.
- Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales.

Al analizar el discriminante de la ecuación $2x^2 + 6x + 3 = 0$, es correcto afirmar que esta

- A. tiene dos soluciones reales, porque $\Delta = 12$
- B. tiene dos soluciones reales, porque $\Delta = -12$
- C. no tiene soluciones reales, porque $\Delta = 60$
- D. no tiene soluciones reales, porque $\Delta = -60$

8. Un profesor les pide a sus estudiantes que ejecuten el producto y la suma de términos semejantes de la expresión (3x-2)(3x+1)+2 y obtengan una expresión equivalente.

¿Cuál de las siguientes es una expresión que cumple las condiciones dadas por el profesor?

- A. $3x^2 3x$
- B. $3x^2 3x 4$
- C. $9x^2 3x$
- $D. 9x^2 + 9x + 4$

9. Un pescador novato pescó dos truchas al día durante los primeros siete días del mes. No obstante, a partir de este momento mejoró continuamente su técnica pescando cada día el doble de truchas que había pescado el día anterior. La tabla muestra las truchas pescadas en algunos días.

Días del mes	Truchas pescadas
3	2
5	2
7	2
8	4
9	8

Juan afirma que la siguiente relación permite determinar el número de truchas pescadas cada día del mes, a partir del séptimo día:

$$Truchas \ pescadas = 2^{(día \ del \ mes-7)}$$

¿La relación propuesta por Juan es correcta o incorrecta?

- A. Incorrecta, porque en el exponente de la potenciación no se debe restar el número 7 sino el 6.
- B. Correcta, porque la base de la potenciación debe ser 2 para doblar la cantidad de truchas cada día.
- C. Incorrecta, porque si pesca el doble de truchas la operación correcta es multiplicar 14 por 2.
- D. Correcta, porque es necesario restar del exponente los siete primeros días en que usó otra técnica.

10. Un taller automotor, que ofrece el servicio de pintar carros, necesita definir el precio por cada servicio, de acuerdo con el costo de la pintura usada. Para ello, se definen las siguientes variables:

X: Número de carros pintados

P: precio por cada litro de pintura

Q: costo total de la pintura usada

El pintor del taller gasta exactamente 2 litros de pintura. Por cada carro pintado. Si el costo Q es directamente proporcional a cada una de las otras variables, entonces Q se puede expresar en términos de X y P como

$$A. Q = 2PX$$

$$B. \ Q = \frac{2P}{X}$$

$$C. Q = (2P)^X$$

$$D. Q = P^2X$$

- 11. El dueño de un expendio de carne compra 150 libras de carne de res económica (x: precio por libra de carne económica) y 50 libras de carne premium, y afirma que cada compra corresponde al 25% y el 75% de su dinero, respectivamente. Si la carne premium cuesta 3 veces lo que cuesta la carne económica, la afirmación del dueño es
- A. verdadera, porque 150 = 3 \times 50; luego, los porcentajes corresponden al 25 % y al 75%, respectivamente.
- B. falsa, porque 150x = 50(3x); por tanto, los precios de la carne comprada son iguales y así se tiene que cada uno es el 50% del total del dinero.
- C. verdadera, porque uno de los porcentajes es el triple del otro; es decir $0.75 = 3 \times 0.25$.
- D. falsa, porque 150 = $0.75 \times 200 \text{ y}$ 50 = 0.25×200 , que es el total de carne comprada.

12. Para tratar la arritmia cardíaca (alteración del ritmo cardíaco) de un paciente, se aplica un medicamento al torrente sanguíneo en forma intra-venosa. La concentración C del medicamento después de t horas está dada por la expresión

$$C(t) = \frac{3.5t}{t+1} mg/l; \ t \ge 0$$

La concentración del medicamento, en la sangre del paciente, alcanza los 1,5 mg/l cuando

A.
$$t = \frac{1}{4}$$

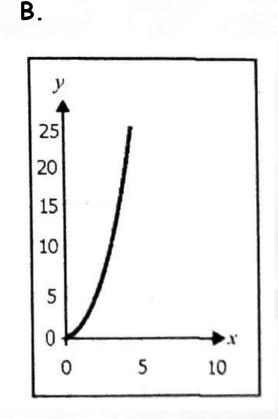
B.
$$t = \frac{3}{4}$$

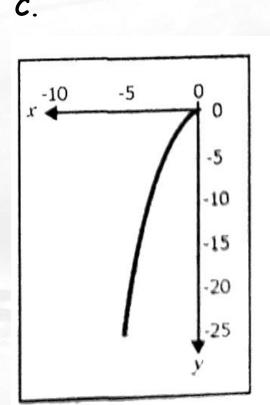
c.
$$t = 1$$

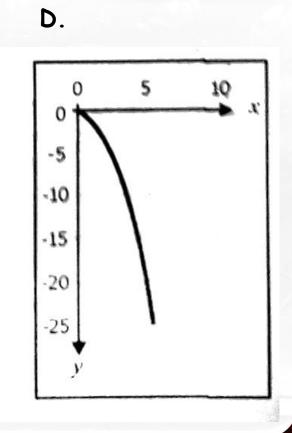
A.
$$t = \frac{1}{4}$$
 B. $t = \frac{3}{4}$ **C.** $t = 1$ **D.** $t = \frac{5}{4}$

13. La gráfica de la función $f(x) = -x^2$ es una parábola. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra la gráfica de la función para valores de x entre 0 y 5?

20 15 10 -5 -10

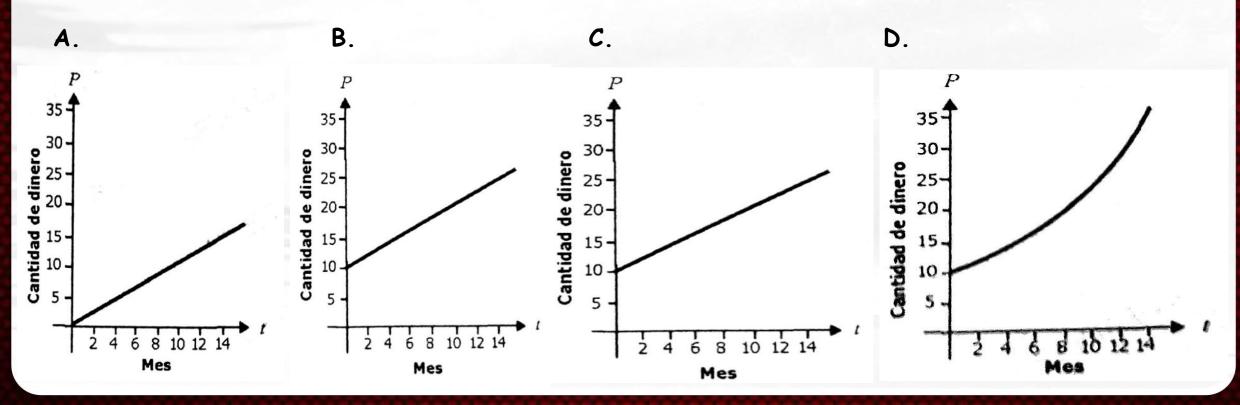






14. La expresión $P = 10(1+0,05)^t$ representa la cantidad de dinero en una cuenta bancaria después de t meses, en la cual se depositó una cantidad inicial 10 a un interés mensual del 5%.

¿Cuál de las siguientes gráficas representa la cantidad de dinero P respecto al tiempo?



15. En una competencia canina se da un premio al perro de raza dálmata con mayor cantidad de manchas. En la competencia hay cuatro jueces con las siguientes funciones:

Juez W: cuenta las manchas de las patas

Juez X: cuenta las manchas de la cola.

Juez Y: cuenta las manchas de la cabeza.

Juez Z: cuenta las manchas del tronco.

Al final de la competencia, quedan dos perros finalistas (perro E y perro F) con los siguientes resultados:

$$E_X + E_Y + E_Z = 2(F_X + F_Y + F_Z)$$
$$F_W = 21$$
$$E_W = 0$$

 E_W representa las manchas contadas por el juez W al perro E; F_Y representa las manchas contadas por el juez Y al perro F, etcétera.

Según estos resultados, se decide que el perro E es el ganador. El dueño del perro F afirma: "se debe sumar el total de manchas, ya que mi perro podría ganar o empatar la competencia". La afirmación del dueño del perro F es

- A. falsa, porque el perro E tiene doble de manchas en la valoración de los tres primeros jueces y ya no puede ser alcanzado ni sobrepasado por el perro F.
- B. verdadera, porque el total de manchas en la cola, la cabeza y el tronco del perro E pueden ser menores o iguales que 21.
- C. falsa, porque el total de manchas del perro E nunca puede ser igual al total de manchas del perro F.
- D. verdadera, porque el juez W, quien cuenta las manchas de las patas, es quien define el ganador.

16. Si
$$f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2-5x+4}$$
, el conjunto de todos los valores de x que cumplen

$$f(x) = 0$$
 es

- A. 0
- B. (1)
- C. (4)
- D. (1,4)

17. En la función $f(t) = 2e^{mt}$, se cumple que, para t = 3, f(3) = 20. ¿Cuál es el valor del parámetro m?

- A. ln(10-3)
- $B. \quad \frac{\ln 10}{3}$
- C. ln 10 ln 3
- $D. \quad \frac{ln10}{ln3}$

18. Si se sabe que la mejor forma de que un satélite de señal televisiva lleve su señal a todo el territorio de un país es que se mueva según la función

$$x=2(-t^2+10)$$
,

donde t es el tiempo en órbita y x es la distancia respecto a la línea del Ecuador, y los valores negativos de x representan distancias hacia el sur y los valores positivos de x representan distancias hacia el norte,

¿Cuál es la distancia máxima hacia el norte a la que estará el satélite de la línea del Ecuador?

- A. -20
- B. -10
- C. 10
- D. 20

19. Para hallar todos los valores de x para los cuales se tiene que $(x-1)^2-(-2)^2=0$, una persona efectúa el siguiente procedimiento, el cual contiene un error:

Paso 1:
$$(x-1)^2 = (-2)^2$$

Paso 2:
$$\sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{(-2)^2}$$

Paso 3:
$$x - 1 = 2$$

Paso 4:
$$x = 3$$

¿En qué paso del procedimiento está el error?

- A. En el paso 2, porque solo se puede calcular raíces de números positivos y x-1 puede ser negativo.
- B. En el paso 3, porque falta tener en cuenta el caso en el que x-1 sea un número negativo.
- C. En el paso 2, porque solo puede obtenerse raíces cuadradas de números positivos y -2 es un número negativo
- D. En el paso 3, porque la raíz y la potencia cuadrada se anulan, por tanto, el lado derecho de la igualdad debe ser -2

- 20. Se necesita solucionar la ecuación $x^2 2x + 1 = 0$; una persona afirma que la única solución es
- x = 1. ¿Esta afirmación es verdadera?
- A. Sí, porque esta ecuación equivale a $(x-1)^2 = 0$ y x = 1 es una solución con multiplicidad 2.
- B. No, porque una ecuación cuadrática tiene siempre dos soluciones diferentes.
- C. Sí, porque el valor 1 es el único término independiente de x.
- A. No, porque esta ecuación equivale a (x-2)(x+1)=0, luego x=2 también es solución.